POTENCIA EN LOS SISTEMAS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS

1.- Potencia activa, reactiva, aparente y compleja

Potencia activa

En los sistemas equilibrados la potencia suministrada por un generador trifásico, o consumida por un receptor trifásico, es igual a tres veces la suministrada o consumida por una fase.

La potencia de una fase es: $P_F = U_F\, I_F \cos\varphi$, donde φ es la diferencia de fase entre $\mathcal{U}_F$ e $\mathcal{I}_F$.

La potencia del sistema trifásico equilibrado es: $P_F = 3\, U_F\, I_F \cos\varphi$

Es conveniente expresar P en función de la tensión e intensidad de línea. Obsérvese que se verifica en todo caso:

$$U_F\, I_F = \frac{1}{\sqrt{3}}\, U_L\, I_L$$

Para la conexión en Y:

$$U_F = \frac{1}{\sqrt{3}}\, U_L \qquad \text{e} \qquad I_F = I_L$$

Para la conexión en Δ:

$$U_F = U_L \qquad \text{e} \qquad I_F = \frac{1}{\sqrt{3}}\, I_L$$

Por lo que la potencia activa trifásica en función de la tensión e intensidad de línea es:

$$P = \sqrt{3}\, U_L\, I_L \cos\varphi$$

Hay que tener en cuenta que ahora φ no es la diferencia entre $\mathcal{U}_L$ e $\mathcal{I}_L$, sino que es la que existe entre $\mathcal{U}_F$ e $\mathcal{I}_F$, como ya se había dicho antes.

Por convención se toma como tensión U de un sistema trifásico, la tensión U_L y como intensidad I la I_L. De acuerdo con este convenio podemos escribir:

$$P = \sqrt{3}\, U\, I \cos\varphi$$

Potencia reactiva

Como expresión general de la potencia reactiva de un sistema trifásico equilibrado, podemos escribir:

$$P = \sqrt{3}\, U\, I \operatorname{sen}\varphi$$

Potencia aparente

Extendiendo el concepto de potencia aparente dado para un circuito monofásico obtenemos:

$$S = \sqrt{3}\, U\, I$$

Se ve inmediatamente que se verifica: $\cos\varphi = \dfrac{P}{S}$, $\qquad \operatorname{tg}\varphi = \dfrac{Q}{P}$

Potencia compleja

La potencia compleja en estos sistemas es:

$$\underline{S} = 3\ P_F + j\ 3\ Q_F = P + j\ Q = \sqrt{3}\ U\ I\ (\cos\varphi + j\ \mathrm{sen}\ \varphi)$$

El concepto de potencia compleja y el teorema de Boucherot permiten simplificar extraordinariamente la resolución de ciertos problemas.

2.- Potencia instantánea

En los sistemas trifásicos equilibrados, la potencia instantánea, suma de las potencias instantáneas de cada fase, es constante.

$$P_a = u_a\ i_a = \sqrt{2}\ U_F \cos\omega t\ \sqrt{2}\ I_F \cos(\omega t - \varphi)$$
$$P_b = u_b\ i_b = \sqrt{2}\ U_F \cos(\omega t - 120^o)\ \sqrt{2}\ I_F \cos(\omega t - 120^o - \varphi)$$
$$P_c = u_c\ i_c = \sqrt{2}\ U_F \cos(\omega t + 120^o)\ \sqrt{2}\ I_F \cos(\omega t + 120^o - \varphi)$$

Teniendo en cuenta que:

$$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$$

con:

$$\frac{\alpha+\beta}{2} = \omega t, \qquad \frac{\alpha-\beta}{2} = \omega t - \varphi$$

$$\rightarrow \quad \alpha = 2\omega t - \varphi, \qquad \beta = \varphi$$

Las expresiones anteriores podemos ponerlas en la forma:

$$P_a = U_F\ I_F \cos\varphi + U_F\ I_F \cos(2\omega t - \varphi)$$
$$P_b = U_F\ I_F \cos\varphi + U_F\ I_F \cos(2\omega t - 240^o - \varphi)$$
$$P_c = U_F\ I_F \cos\varphi + U_F\ I_F \cos(2\omega t + 240^o - \varphi)$$

y siendo:

$$\cos(2\omega t - \varphi) + \cos(2\omega t - 240^o - \varphi) + \cos(2\omega t + 240^o - \varphi) = 0$$

resulta:

$$P_a + P_b + P_c = 3\ U_F\ I_F \cos\varphi = P$$

La potencia instantánea suministrada o absorbida es constante e igual a la potencia activa.

Esto supone una ventaja de los sistemas trifásicos frente a los monofásicos, pues en los monofásicos la potencia suministrada es pulsatoria, haciéndose negativa dos veces por periodo, lo que quiere decir que el circuito devuelve energía a la fuente durante una parte del tiempo. Sin embargo, en los sistemas trifásicos, aunque la potencia en cada fase sea negativa en ciertos instantes, la potencia total es constante, si las cargas están equilibradas.

Por ello, los sistemas polifásicos son muy convenientes, especialmente para suministro de fuerza motriz. Los motores trifásicos arrancan mejor y vibran menos que los monofásicos.

3.- Medida de la potencia en los sistemas trifásicos

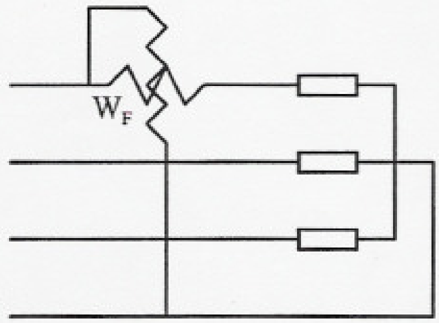
3.1.- Medida de la potencia activa en los sistemas trifásicos

La potencia suministrada por un generador o la consumida por un receptor trifásicos es igual a la suma de las suministradas o consumidas en cada fase. Vamos a ver los procedimientos para medir la potencia en los distintos casos que pueden presentarse.

3.1.1.- Sistema trifásico con hilo neutro

El hilo neutro solo puede existir en conexión Y-Y.

En este caso se puede medir independientemente la potencia de cada fase. En la Fig. se muestra la conexión de un vatímetro para medida de la potencia en al fase R.

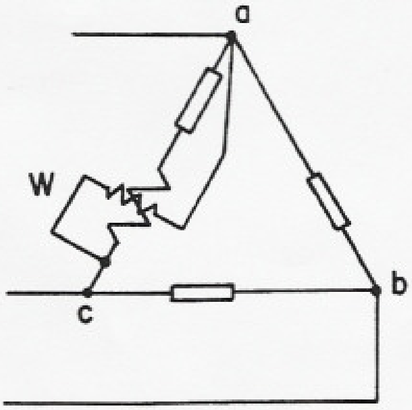


Si el sistema es equilibrado, basta con medir una fase. La potencia es: $P = 3\ W_F$

En sistema desequilibrado la potencia es: $P = W_1 + W_2 + W_3$

3.1.2.- Sistema trifásico sin hilo neutro

- Si el sistema es en Y con neutro accesible, estamos en el caso anterior.
- Si el sistema es en Δ, y las fases son accesibles de forma que en cada una de ellas pueda conectarse un vatímetro, según de muestra en la Fig.



La potencia del sistema es, como en el caso anterior: $P = W_1 + W_2 + W_3$

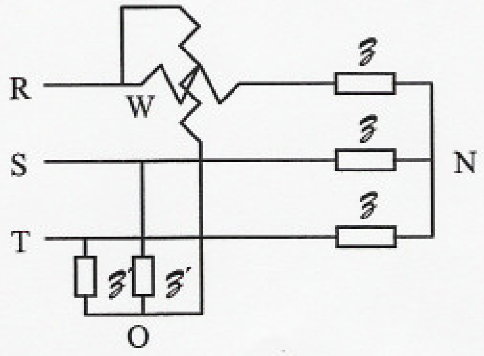
Si el sistema es equilibrado: $P = 3\ W_F$

- Si el neutro o las fases no son accesibles, cabe considerar dos casos:

a) Sistema equilibrado

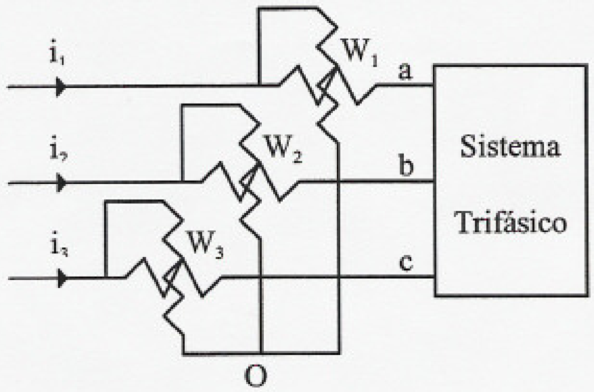
Puede formarse un neutro artificial O, es decir, un punto que esté al mismo potencial que el punto neutro N. Para ello se conecta a la línea una estrella formada por tres impedancias iguales $\mathfrak{Z}'$, una de las cuales ha de ser la del circuito de tensión del vatímetro.

La potencia del sistema trifásico equilibrado es igual a tres veces la lectura del vatímetro W.



b) Sistema desequilibrado

Se pueden utilizar tres vatímetros conectados como se representa en la Fig., con los circuitos voltimétricos terminando en un punto común O. El potencial de este punto puede ser cualquiera, no es preciso que las impedancias de los circuitos voltimétricos conectados entre O y los hilos de línea sean iguales, esto es, los voltímetros pueden ser diferentes unos de otros.



Vamos a demostrar que la potencia de un sistema trifásico desequilibrado es igual a la suma de las indicaciones de los tres vatímetros.

Sean respectivamente, u_1, u_2, u_3 los potenciales de los hilos de línea. Si denominamos por u al potencial del punto O, las tensiones de los circuitos voltimétricos de los vatímetros serán respectivamente, $u_1 - u$, $u_2 - u$, $u_3 - u$. Los vatímetros medirán:

$$W_1 + W_2 + W_3 = 1/T \int_0^T (u_1 - u)\, i_1\, dt + 1/T \int_0^T (u_2 - u)\, i_2\, dt + 1/T \int_0^T (u_3 - u)\, i_3\, dt =$$

$$= 1/T \int_0^T (u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3)\, dt - 1/T \int_0^T u\, (i_1 + i_2 + i_3)\, dt$$

como no existe hilo neutro: $\quad i_1 + i_2 + i_3 = 0$

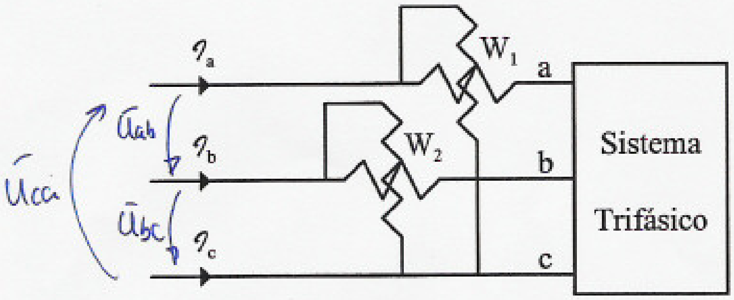
$$W_1 + W_2 + W_3 = 1/T \int_0^T (u_1 i_1 + u_2 i_2 + u_3 i_3)\, dt = P$$

Observaciones:
1.- Si existiese un cuarto hilo, esto es, un hilo neutro, no sería válida la conclusión anterior, ya que en general $i_1 + i_2 + i_3 \neq 0$.

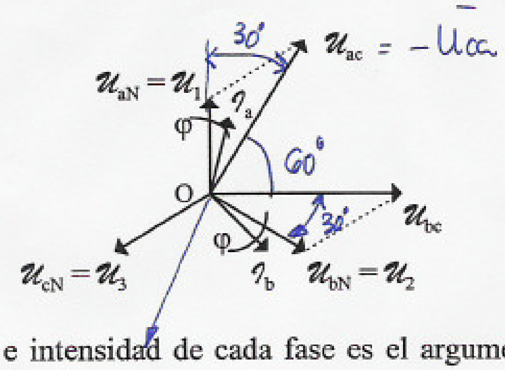
2.- El potencial del punto O respecto a N puede ser cualquiera, por lo que podemos tomar O sobre uno de los hilos de línea, por ejemplo, coincidiendo con el punto c. En estas condiciones el vatímetro W_3 marcará cero, ya que su bobina voltimétrica no está sometida a tensión alguna ni, por consiguiente circula intensidad por ella.

3.1.3.- Método de los dos vatímetros

Este método sirve tanto para sistemas equilibrados como para sistemas desequilibrados, la única condición que se exige, es que $i_1 + i_2 + i_3 = 0$, esto es, que la distribución trifásica sea a tres hilos. En la Fig. se muestra la forma de conexión.



Vamos a analizar el caso en que se emplee en un sistema trifásico equilibrado. Consideremos que el receptor está en estrella. El diagrama vectorial correspondiente al receptor considerado, y suponiendo secuencia directa de fases, se muestra en la Fig.



El ángulo φ entre la tensión e intensidad de cada fase es el argumento de las impedancias en estrella. Las lecturas de los vatímetros son:

$$W_1 = U_{ac}\, I_a \cos(\mathcal{U}_{ac}, \mathcal{I}_a)$$
$$W_2 = U_{bc}\, I_a \cos(\mathcal{U}_{bc}, \mathcal{I}_b)$$

Como el sistema es equilibrado, si denominamos por U e I a la tensión e intensidad de línea, podemos escribir:

$$W_1 = U\, I \cos(\pi/6 - \varphi)$$
$$W_2 = U\, I \cos(\pi/6 + \varphi)$$

$$W_1 + W_2 = 2\, U\, I \cos \pi/6 \cos\varphi = \sqrt{3}\, U\, I \cos\varphi = P$$

La suma de las lecturas de los dos vatímetros es la potencia del sistema trifásico. Esta suma ha de entenderse en el sentido algebraico.

Veamos algunos casos particulares:

Primero: $\varphi = 0$, $\cos \varphi = 1$ se obtiene: $W_1 = W_2$

Segundo: $\varphi = \pi/3$, $\cos \varphi = 0{,}5$ en este caso uno de los vatímetros indica cero.

Si los receptores son inductivos: $\varphi = +\pi/3$ y $W_2 = 0$

Si los receptores son capacitivos: $\varphi = -\pi/3$ y $W_1 = 0$

Tercero: $\varphi => \pi/3$, $\cos \varphi < 0{,}5$

Si la corriente está retrasada respecto de la tensión (receptor inductivo): $W_2 < 0$

Si la corriente está adelantada respecto de la tensión (receptor capacitivo): $W_1 < 0$

Los vatímetros no tienen más que un sentido de desviación, por lo que en estos casos, para poder leer será preciso invertir las conexiones de la bobina de intensidad o de la de tensión, pero hay que tener presente que entonces será:

$$P = W_1 - W_2 \qquad \text{o} \qquad P = W_2 - W_1$$

Se restará la lectura menor de la mayor. Nótese que invertir las conexiones de los bornes de tensión de, por ejemplo, el vatímetro W_1, equivale a desfasar en un ángulo igual a π el vector $\mathcal{U}_{ac}$, o sea, a tomar $\mathcal{U}_{ca}$.

Cuando se utiliza el método de los dos vatímetros en los sistemas equilibrados se puede obtener, mediante las lecturas W_1 y W_2 el ángulo φ del sistema equilibrado, esto es, la diferencia de fase entre la tensión e intensidad simples correspondiente a una misma fase. En efecto:

$$W_1 + W_2 = 2\,U\,I \cos \pi/6 \cos \varphi = \sqrt{3}\,U\,I \cos \varphi = P$$

$$W_1 - W_2 = 2\,U\,I \operatorname{sen} \pi/6 \operatorname{sen} \varphi = U\,I \operatorname{sen} \varphi = 1/\sqrt{3}\,Q$$

de donde:

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3}\,\frac{W_1 - W_2}{W_1 + W_2} \qquad \text{o bien:} \qquad \cos \varphi = \frac{W_1 + W_2}{2\sqrt{(W_1^2 - W_1 W_2 + W_2^2)}}$$

De las lecturas de los vatímetros podemos obtener la expresión de la potencia reactiva:

$$Q = \sqrt{3}\,(W_1 - W_2)$$

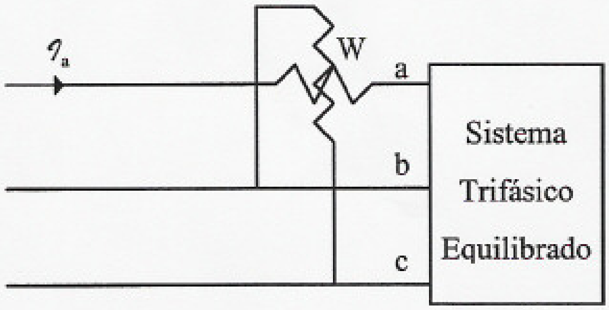
3.2.- Medida de la potencia reactiva en los sistemas trifásicos

Los mismos procedimientos estudiados para la medida de la potencia activa se pueden utilizar para medir la potencia reactiva; no hay más que sustituir los vatímetros por varímetros.

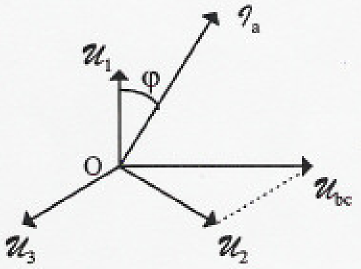
En los sistemas polifásicos es muy frecuente el empleo de vatímetros, en lugar de varímetros, para la medida de la potencia reactiva. Ello es posible en algunos casos que veremos a continuación.

3.2.1.- Sistema equilibrado

El método de los dos vatímetros vimos que permitía obtener la potencia reactiva. Sin embargo, en el caso de un sistema equilibrado puede utilizarse un simple vatímetro conectado como se indica en la Fig.



El diagrama vectorial se muestra en la Fig.



La lectura del vatímetro es:

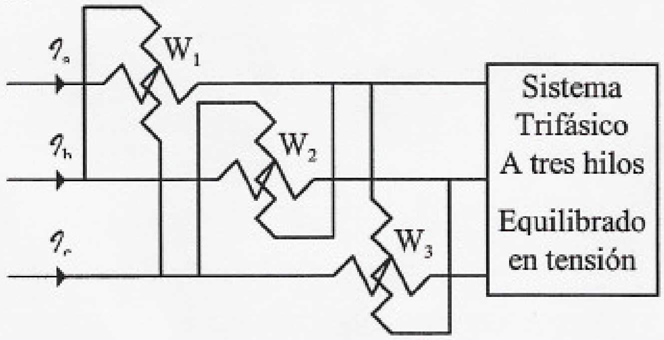
$$W = U_{bc}\, I_a \cos(\mathcal{U}_{bc}, \mathcal{I}_a) = U\, I \cos(\pi/2 - \varphi) = U\, I \operatorname{sen} \varphi$$

de donde: $Q = \sqrt{3}\, W$

La potencia reactiva es tres veces la lectura del vatímetro montado en estas condiciones.

3.2.2.- Sistema trifásico sin hilo neutro y equilibrado en tensión

En la práctica las tensiones de línea se pueden considerar equilibradas porque las caídas de tensión en cada fase son pequeñas en relación con aquellas tensiones e influyen poco en su desequilibrio. En la Fig. se muestra la forma de conexión del método de los tres vatímetros.



En el caso de desequilibrio de intensidades, cada uno de los vatímetros medirá $\sqrt{3}$ veces la potencia reactiva suministrada. Esto es:

$$W_1 = \sqrt{3}\, Q_1, \qquad W_2 = \sqrt{3}\, Q_2, \qquad W_3 = \sqrt{3}\, Q_3,$$

Según el teorema de Boucherot, la suma de las potencias reactivas consumidas por los receptores es la suma de las potencias reactivas suministradas; en consecuencia:

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 = 1/\sqrt{3}\ (W_1 + W_2 + W_3)$$

Esto es, la potencia reactiva consumida por el receptor trifásico desequilibrado, pero alimentado por tensiones equilibradas a tres hilos, es $1/\sqrt{3}$ veces la suma de las lecturas de los tres vatímetros.

La potencia reactiva puede ser positiva o negativa. Para saber si la lectura de algún vatímetro interviene en la suma algebraica con signo opuesto al de las otras han de conectarse los vatímetros en la forma mostrada en el esquema, esto es, si el terminal de entrada W_1 se conecta a la fase b, el de entrada de W_2 se conectará a la fase c y el de entrada de W_3 a la fase a. Si en estas condiciones es preciso invertir las conexiones de las bobinas de tensión de un vatímetro para poder leer, la lectura de éste se considerará negativa.